GLAVA 1

Malo čiste matematike

Nema ništa praktičnije od dobre teorije.
Leonardo Da Vinči

1. Skupovi i n-torke

Često ćemo raditi sa skupovima objekata neke zadate vrste. Koristićemo i naziv klasa, kao sinonim za skup. Sa N ćemo označavati skup prirodnih brojeva 0,1,2,3,...

Pišemo

$$a \in S$$

da označimo da objekat a pripada skupu S, odnosno da je a element skupa S, a pišemo

$$a \notin S$$

da označimo da a ne pripada skupu S, odnosno da a niije element skupa S.

Korisno je definisati prazan skup, koji ćemo označiti sa $\oslash$, kao skup koji nema elementa.

Ako su R i S skupovi, onda jednakost $R=S$ označava da su R i S identični skupovi, odnosno da imaju potpuno iste elemente.

Pišemo $R \subseteq S$ i govorimo da je skup R podskup skupa S, što znači da je svaki element skupa R istovremeno i element skupa S. Tako je $R=S$, ako i samo ako je $R \subseteq S$ i $S \subseteq R$. Pišemo $R \subset S$ da označimo da je $R \subseteq S$, ali da je $R \neq S$. U takvom slučaju, R se naziva pravim podskupom skupa S.

Ako su R i S skupovi, pišemo $R \cup S$ da označimo uniju skupova R i S, odnosno skup čiji su elementi svi elementi koji pripadaju bilo skupu R bilo skupu S, ili oboma istovremeno.

Sa $R \cap S$ označavamo presjek skupova R i S, to jest skup svih elemenata koji su istovremeno elementi i skupa R i skupa S.

Sa R - S označavamo razliku skupova R i S, odnosno skup svih elementa iz skupa R koji nijesu elementi skupa S.

Često ćemo se srijetati sa slučajevima kada su svi skupovi koje koristimo podskupovi nekog unaprijed zadatog skupa D (koji ćemo zvati domenom ili univerzumom). U takvim slučajevima pisaćemo $\overline{S}$, da označimo skup D-S, a $\overline{S}$ ćemo zvati komplementom od S.

Za skupove važe De Morganova pravila:

$$\overline{R \cup S} = \overline{R} \cap \overline{S}$$

$$\overline{R \cap S} = \overline{R} \cup \overline{S}$$

Označavaćemo sa $\{a_1,...,a_n\}$ skup od n elemenata $a_1, a_2, ..., a_n$. Skupovi koji mogu biti napisani u ovom obliku, kao i prazan skup, nazivaju se konačnim skupovima. Skupovi koji nijesu konačni, kao na primjer skup N (prirodnih brojeva) , nazivaju se beskonačnim skupovima. Treba uočiti da a i $\{a\}$ ne označavaju istu stvar. Posebno, $a \in S$ je istinito, ako i samo ako je $\{a\} \subseteq S$.

Kako su dva skupa jednaka ako i samo ako imaju iste elemente to, na primjer, slijedi da je $\{a,b,c\} = \{a,c,b\} = \{b,a,c\}$. Drugim riječima, potpuno je nevažno kojim redosljedom su napisani članovi skupa.

Kada je redosljed važan, onda, umjesto o skupu, govorimo o n**-torki** ili **listi**. Za pisanje n-torki umjesto vitičastih zagrada koristimo male zagrade, kao u sljedećem primjeru:

$(a_1, a_2, \ldots, a_n)$.

Prirodno je usvojiti da elementi n-torke ne moraju biti različiti. Tako je (4,1,4,2) jedna četvorka. Uređenim parom se naziva dvojka, a tripletom trojka brojeva. Za razliku od skupova nećemo praviti razliku između 1-norke (a) i samog elementa a.

Osnovno svojstvo n-torke je:

$(a_1, a_2, \ldots, a_n) = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$,

ako i samo ako je:

$a_1 = b_1, \ a_2 = b_2, \ \ldots, \ a_n = b_n$

Ako su $S_1, S_2, \ldots, S_n$ skupovi, pišemo $S_1 \times S_2 \times .. \times S_n$ da označimo skup svih n-torki ($a_1, a_2, \ldots, a_n$) takvih da je $a_1 \in S_1$, $a_2 \in S_2$, ..., $a_n \in S_n$.

Skup $S_1 \times S_2 \times .. \times S_n$ se naziva Dekartovim proizvodom skupova $S_1, S_2, \ldots, S_n$. U slučaju da je $S_1 = S_2 = .. = S_n = S$ mozemo pisati i $S^n = S_1 \times S_2 \times .. \times S_n$.