

## Primitivno rekurzivne funkcije

*Može li biti veličanstveno ono što nije jednostavno?*

**Šandor Petefi**

### 1. Kompozicija

Hoćemo da kombinujemo funkcije na taj način da izlaz iz jedne bude ulaz u drugu. U najprostijem slučaju ovakvo kombinovanjem funkcija  $f$  i  $g$  dobija se funkcija  $h$ :

$$h(x) = f(g(x)).$$

Navedeno kombinovanje funkcija nazivamo kompozicijom.

Slijedi definicija kompozicije za slučaj funkcija od više varijabli.

**Definicija.** Neka je  $f$  funkcija od  $k$  varijabli i neka su  $g_1, \dots, g_k$  funkcije od  $n$  varijabli. Neka je

$$h(x_1, \dots, x_n) = f(g_1(x_1, \dots, x_n), \dots, g_k(x_1, \dots, x_n)).$$

Kažemo da je funkcija  $h$  dobijena od funkcija  $f$  i  $g$  kompozicijom.

**Teorema 1.1.** Ako je funkcija  $h$  dobijena kompozicijom od (parcijalno) izračunljivih funkcija  $f, g_1, \dots, g_k$ , onda je i  $h$  (parcijalno) izračunljiva.

**Dokaz.** Sljedeći program izračunava funkciju  $h$ , pa je time funkcija (parcijalno) izračunljiva.

$$\begin{aligned} Z_1 &\leftarrow g_1(X_1, \dots, X_n) \\ &\vdots \\ &\vdots \\ Z_k &\leftarrow g_k(X_1, \dots, X_n) \\ Y &\leftarrow f(Z_1, \dots, Z_k) \end{aligned}$$

Iz poglavlju 2., Glava 2., već znamo da su  $x, x+y, x*y, x-y$  parcijalno izračunljive funkcije. Uz pomoć teoreme 1.1 možemo isto tvrditi i za funkcije

$2x = x + x$  i  $4x^2 = (2x) \cdot (2x)$ . Takve su i funkcije  $4x^2 + 2x$  i  $4x^2 - 2x$  jer se, takođe, mogu dobiti kompozicijom parcijalno izračunljivih funkcija.